



MODEL ODPOWIEDZI I SCHEMAT PUNKTOWANIA

KONKURS MATEMATYCZNY DLA KLAS IV-VIII

UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH WOJEWÓDZTWA MAZOWIECKIEGO

ETAP WOJEWÓDZKI 2024/2025

Uczeń maksymalnie może zdobyć 20 punktów.

Za poprawne rozwiązanie zadania zamkniętego uczeń może otrzymać maksymalnie 1 punkt, a za rozwiązanie zadania otwartego 2,3 lub 4 punkty. Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania otwartego, inne niż przewidziane w schemacie punktowania rozwiązań, należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

ODPOWIEDZI I ROZWIĄZANIA ZADAŃ

ODPOWIEDZI DO ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

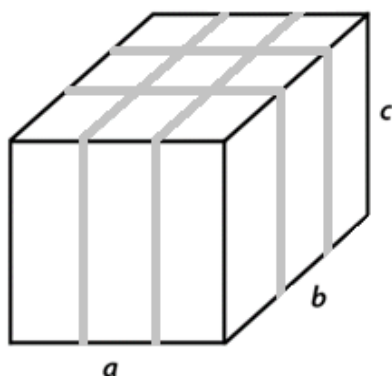
Nr zadania	1.	2.
Maks. liczba punktów	0-1 pkt	0-1 pkt
Prawidłowa odpowiedź	A., C.	F., P.

ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

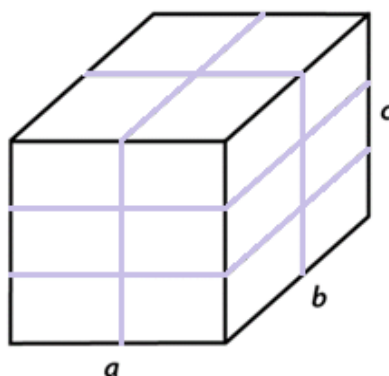
Zadanie 3. (0-2 pkt)

Asia zapakowała prezenty dla rodziców do dwóch jednakowych prostopadłościennych pudełek o wymiarach $a \times b \times c$, przy czym $a + b > 2c$. Następnie paczkę dla mamy obwiązała różową wstążką, prezent dla taty niebieską wstążką tak, jak na rysunku. Której wstążki użyła więcej? Odpowiedź uzasadnij.

Prezent dla mamy



Prezent dla taty



Uczeń:

1. Analizuje treść zadania i zapisuje za pomocą wyrażenia długości wstążek.

$$w_m = 4a + 4b + 8c$$

$$w_t = 6a + 6b + 4c$$

1p.

2. Uzasadnia, której wstążki Asia użyła więcej.

$$w_t - w_m = 2a + 2b - 4c = 2(a + b) - 4c > 0, \text{ bo } 2(a + b) > 4c,$$

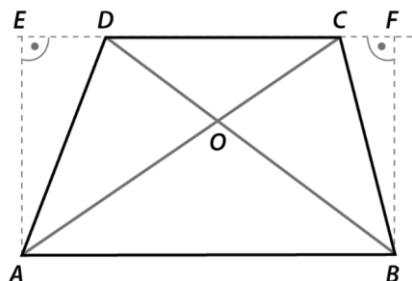
zatem Asia więcej zużyła niebieskiej wstążki.

1p.

Ponieważ trójkąt ACD jest równoramienny, więc $|\sphericalangle ACD| = \alpha$.

Kąty BAC i ACD mają równe miary i są kątami naprzemianległymi, więc odcinki AB i CB są równoległe, zatem czworokąt $ABCD$ jest trapezem.

2. Uzasadnia, że pola trójkątów AOD i BOC są równe.



$$|EA| = |FB|$$

$$P_{ADC} = \frac{1}{2} |DC| \cdot |EA|$$

$$P_{BDC} = \frac{1}{2} |DC| \cdot |FB| = \frac{1}{2} |DC| \cdot |EA|, \text{ więc } P_{ADC} = P_{BDC}$$

$$P_{AOD} + P_{DOC} = P_{ADC} \text{ oraz } P_{BOC} + P_{DOC} = P_{AOD} + P_{DOC} = P_{BDC} = P_{ADC}, \text{ czyli}$$

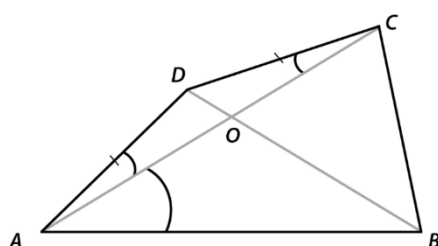
$$P_{AOD} + P_{DOC} = P_{BOC} + P_{DOC}, \text{ zatem } P_{AOD} = P_{BOC}$$

1p.

II sposób

Uczeń:

1. Uzasadnia, że odcinki AB i CD są równoległe,



$$|AD| = |DC|$$

$$|\sphericalangle CAB| = |\sphericalangle CAD| = \alpha$$

$$|\sphericalangle BAD| = 2\alpha$$

$|\sphericalangle ADC| = 180^\circ - 2\alpha$, więc suma kątów przy boku AD wynosi

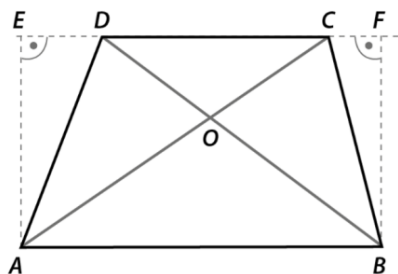
$$2\alpha + 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ,$$

1p.

Kąty BAC i ACD mają równe miary i są kątami naprzemianległymi, więc odcinki AB i CD są równoległe, zatem czworokąt $ABCD$ jest trapezem.

2. Uzasadnia, że pola trójkątów AOD i BOC są równe.

1p.



$$|EA| = |FB|$$

$P_{ADC} = P_{BDC}$ ponieważ mają wspólną podstawę i taką samą wysokość.

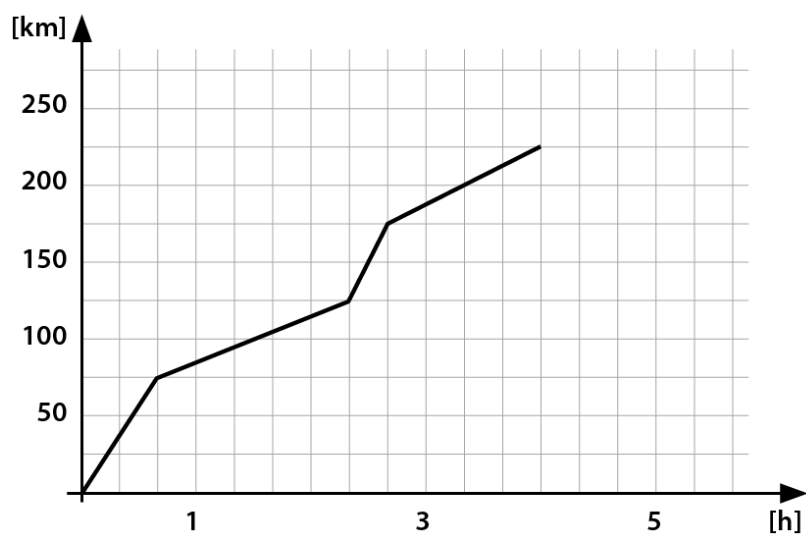
$P_{AOD} + P_{DOC} = P_{ADC}$ oraz $P_{BOC} + P_{DOC} = P_{AOD} + P_{DOC} = P_{BDC} = P_{ADC}$, czyli

$P_{AOD} + P_{DOC} = P_{BOC} + P_{DOC}$, zatem

$$P_{AOD} = P_{BOC}$$

Zadanie 6. (0-2 pkt)

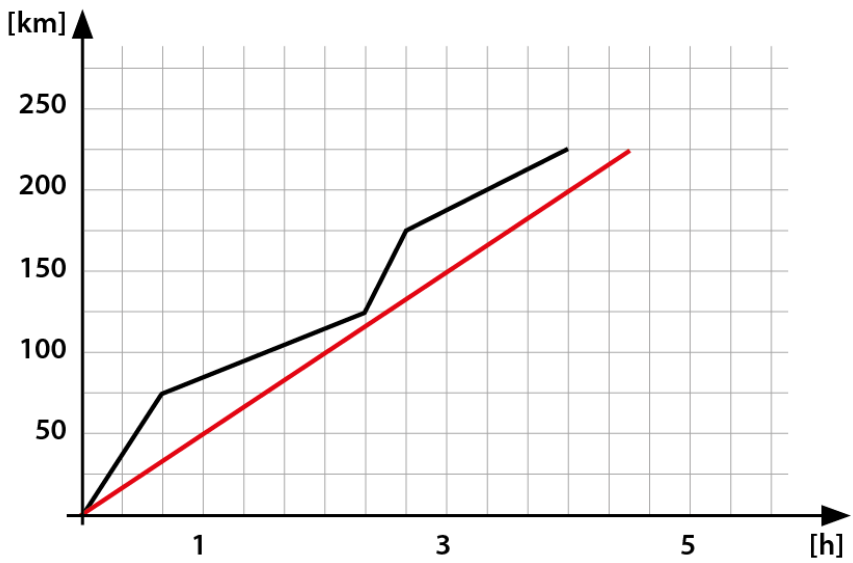
Adam i Maciek wyruszyli w podróż motocyklami. Obaj pokonali tę samą trasę z punktu A do B. Adam jechał przez cały czas ze stałą prędkością i dojechał do celu pół godziny później niż Maciek. Ruch motocykla Maćka przedstawiono na poniższym wykresie. Oblicz, przez ile czasu Maciek jechał wolniej od Adama.



I sposób

Uczeń: 1. Wykonuje analizę zadania i oblicza prędkości jazdy Maćka. Podróż Maćka była czteroetapowa: I etap, II etap, III etap, IV etap, $v_I = 75 : \frac{2}{3} = \frac{225}{2} = 112,5 \text{ [km/h]}$ $v_{II} = 50 : 1\frac{2}{3} = \frac{150}{5} = 30 \text{ [km/h]}$ $v_{III} = 50 : \frac{1}{3} = \frac{150}{1} = 150 \text{ [km/h]}$ $v_{IV} = 50 : \frac{4}{3} = \frac{150}{4} = 37,5 \text{ [km/h]}$ 2. Oblicza prędkość jazdy Adama oraz o ile czasu Maciek jechał wolniej od Adama. Adam przejechał 225 km w 4,5 h, więc jego prędkość $v_A = 225 : 4,5 = 50 \text{ [km/h]}$ Maciek jechał wolniej niż Adam na II i IV etapie, czyli przez $1\frac{2}{3} + 1\frac{1}{3} = 3$ godziny.	1p. 1p.
--	-----------------------

II sposób

Uczeń: 1. Wykonuje analizę zadania przedstawiając na wykresie ruch motocykla Adama i odczytuje z wykresu prędkość z jaką się poruszał. 	1p.
---	------------

Adam przejechał 225 km w 4,5 h, więc jego prędkość $v_A = 225 : 4,5 = 50$ [km/h]	
2. Odczytuje z wykresu, przez ile czasu Maciek jechał wolniej od Adama.	1p.
Maciek jechał wolniej od Adama na II i IV etapie, ponieważ kąt nachylenia odcinków przedstawiających ruch Maćka jest mniejszy niż kąt nachylenia odcinków przedstawiających ruch Adama, a więc większy kąt nachylenia odpowiada większej prędkości.	
Zatem Maciek jechał wolniej od Adama przez $1\frac{2}{3} + 1\frac{1}{3} = 3$ godziny.	

Zadanie 7. (0-3 pkt)

Pan Henryk prowadzi sklep warzywniczy. W hurtowni kupował ziemniaki przez trzy kolejne miesiące w cenie o 20% poniżej ceny rynkowej za kilogram. W pierwszym miesiącu pan Henryk sprzedawał ziemniaki o 5% taniej od ceny rynkowej. W drugim miesiącu sprzedawał je o 10% poniżej ceny rynkowej, ale liczba sprzedanych kilogramów była dwa razy większa niż w pierwszym miesiącu. W trzecim miesiącu zdecydował się sprzedawać ziemniaki tylko o 5% drożej od ceny hurtowej, dzięki czemu udało mu się sprzedać trzy razy więcej kilogramów ziemniaków niż w pierwszym miesiącu. W którym miesiącu zarobek pana Henryka ze sprzedaży ziemniaków był największy, zakładając, że cena rynkowa w tym okresie była stała? Odpowiedź uzasadnij.

Uczeń:	
1. Przeprowadza analizę zadania i zapisuje wielkości występujące w zadaniu za pomocą niewiadomych, a zarobek w pierwszym miesiącu za pomocą wyrażenia algebraicznego	1p.
x – cena rynkowa za kilogram ziemniaków y – liczbą zakupionych i sprzedanych ziemniaków w kilogramach z_1, z_2, z_3 - zarobek odpowiednio w kolejnych miesiącach	
$z_1 = y \cdot 0,95x - y \cdot 0,8x = 0,15xy$	
2. Zapisuje zarobek w drugim miesiącu za pomocą wyrażenia algebraicznego.	1p.
$z_2 = 2y \cdot 0,9x - 2y \cdot 0,8x = 0,2xy$	
3. Zapisuje zarobek w trzecim miesiącu za pomocą wyrażenia algebraicznego i podaje odpowiedź.	1p.
$z_3 = 3y \cdot 0,84x - 3y \cdot 0,8x = 0,12xy$	
Odpowiedź. Największy zarobek przyniosła sprzedaż ziemniaków w drugim miesiącu	

Zadanie 8. (0-3 pkt)

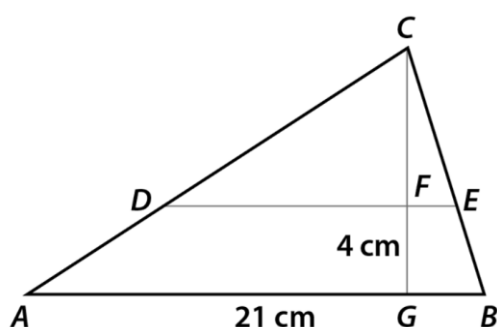
Pole trójkąta ABC wynosi 126 cm^2 , a podstawa AB ma 21 cm długości. W odległości 4 cm od prostej AB narysowano prostą do niej równoległą, przecinającą bok AC w punkcie D , a bok BC w punkcie E . Oblicz stosunek pól dwóch figur, na które ta prosta podzieliła trójkąt ABC .

I sposób

Uczeń:

1. Przeprowadza analizę zadania np. za pomocą rysunku i oblicza wysokość CG trójkąta ABC .

1p.



$$126 = \frac{21 \cdot |CG|}{2}, \text{ stąd } |CG| = 12 \text{ [cm]}$$

2. Zauważa, że trójkąty DEC i ABC są podobne i oblicza ich skalę podobieństwa.

$\triangle DEC \sim \triangle ABC$, ponieważ ich odpowiednie kąty są równe.

1p.

k – skala podobieństwa

$$|CF| = 12 - 4 = 8 \text{ [cm]}, k = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

3. Oblicza, w jakim stosunku ta prosta podzieliła pole trójkąta ABC .

$$\frac{P_{DEC}}{P_{ABC}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

1p.

$$P_{DEC} = \frac{126 \cdot 4}{9} = 56 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$P_{ABED} = 126 - 56 = 70 \text{ [cm}^2\text{]}$$

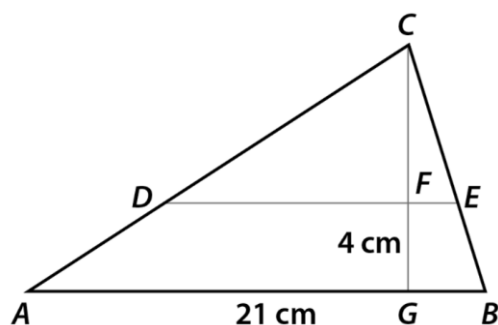
$$\frac{P_{DEC}}{P_{ABED}} = \frac{56}{70} = \frac{4}{5} \text{ lub } \frac{P_{ABED}}{P_{DEC}} = \frac{5}{4}$$

I sposób

Uczeń:

1. . Przeprowadza analizę zadania np. za pomocą rysunku i oblicza wysokość CG trójkąta ABC .

1p.



$$126 = \frac{21 \cdot |CG|}{2}, \text{ stąd } |CG| = 12 \text{ [cm]}$$

2. Zauważa, że trójkąty DEC i ABC są podobne i oblicza ich skalę podobieństwa.

$\triangle DEC \sim \triangle ABC$, ponieważ ich odpowiednie kąty są równe.

1p.

k – skala podobieństwa

$$|CF| = 12 - 4 = 8 \text{ [cm]}, k = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

3. Oblicza, w jakim stosunku ta prosta podzieliła pole trójkąta ABC .

Pole trójkąta CDE stanowi $\frac{4}{9}$ pola trójkąta ABC , więc pole czworokąta $ABED$ stanowi $\frac{5}{9}$ pola trójkąta ABC .

1p.

Zatem

$$\frac{P_{CDE}}{P_{ABED}} = \frac{4}{5}.$$

Zadanie 9. (0-4 pkt)

Ostrosłup spełnia następujące warunki:

- Podstawą ostrosłupa jest trójkąt prostokątny równoramienny o przeciwprostokątnej równej 12 dm.
- Dwie przystające ściany boczne są trójkątami prostokątnymi, w których jeden z kątów ostrych ma miarę 30° .
- Wspólna krawędź przystających ścian bocznych jest prostopadła do płaszczyzny podstawy ostrosłupa.

Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi tego ostrosłupa. Czy zawsze jest mniejsza niż 6 m? Rozważ wszystkie przypadki.

Uczeń:

1. Przeprowadza analizę zadania np. za pomocą rysunku i oblicza długości pozostałych krawędzi korzystając z własności trójkątów: prostokątnego równoramiennego oraz prostokątnego o kątach ostrych 30° i 60°

$$|AB| = 1,2 \text{ m}$$

$$|\angle CBS| = 30^\circ$$

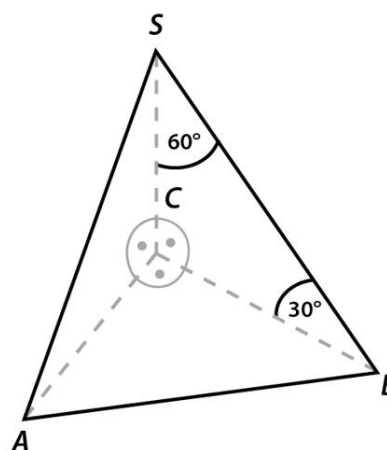
$$|AC| = |BC| = 0,6\sqrt{2} \text{ m}$$

$$|SC| = 0,2\sqrt{6} \text{ m}$$

$$|AS| = |BS| = 0,4\sqrt{6} \text{ m}$$

2. Szacuje wartość sumy długości wszystkich krawędzi ostrosłupa.

$$\begin{aligned} |AB| + |AC| + |BC| + |SC| + |AS| + |BS| &= 1,2 + 1,2\sqrt{2} + \sqrt{6} \\ &< 1,2 + 1,2 \cdot 1,5 + 2,5 = 5,5 \end{aligned}$$



1p.

1p.

3. Przeprowadza analizę drugiego przypadku zadania np. za pomocą rysunku i oblicza długości pozostałych krawędzi korzystając z własności trójkątów: prostokątnego równoramiennego oraz prostokątnego o kątach ostrych 30° i 60°

$$|AB| = 1,2 \text{ m}$$

$$|\sphericalangle CBS| = 60^\circ$$

$$|AC| = |BC| = 0,6\sqrt{2} \text{ m}$$

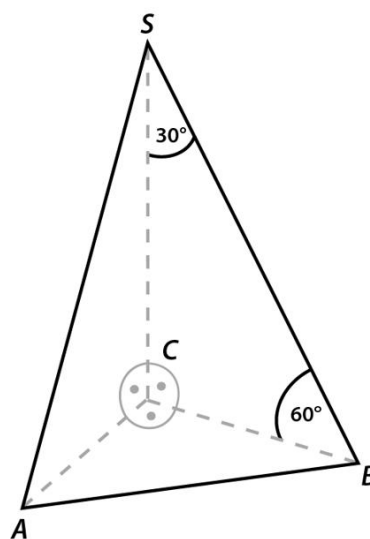
$$|SC| = 0,6\sqrt{6} \text{ m}$$

$$|AS| = |BS| = 1,2\sqrt{2} \text{ m}$$

4. Szacuje wartość sumy długości wszystkich krawędzi ostrosłupa dla drugiego przypadku i podaje odpowiedź.

$$\begin{aligned} |AB| + |AC| + |BC| + |SC| + |AS| + |BS| &= 1,2 + 0,6\sqrt{6} + 3,6\sqrt{2} \\ &> 1,2 + 0,6 \cdot 2,4 + 3,6 \cdot 1,4 = 1,2 + 1,44 + 5,04 = 7,68 \end{aligned}$$

Odpowiedź. Suma długości wszystkich krawędzi tego ostrosłupa jest mniejsza niż 6 m tylko w pierwszym przypadku.



1p.

1p.