



MODEL ODPOWIEDZI I SCHEMAT OCENIANIA

KONKURS MATEMATYCZNY DLA KLAS IV-VIII

UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH WOJEWÓDZTWA MAZOWIECKIEGO

ETAP WOJEWÓDZKI 2022/2023

Uczeń maksymalnie może zdobyć 20 punktów.

Za poprawne rozwiązanie zadania zamkniętego uczeń może zdobyć maksymalnie 1 punkt, a za zadanie otwarte 2 lub 3 punkty. Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania otwartego, inne niż przewidziane w schemacie punktowania rozwiązań, należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

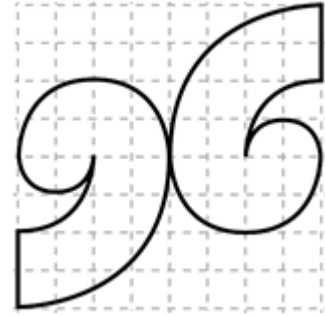
ODPOWIEDZI DO ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

Nr zadania	1.	2.	3.	4.
Maks. liczba punktów	0-1 pkt	0-1 pkt	0-1 pkt	0-1 pkt
Prawidłowa odpowiedź	P, P	A., C.	T-C	B., D.

ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 5. (0-3 pkt)

Pan Norbert na kwadracie o polu równym 64 dm^2 wykonał projekt numeru pawilonu wulkanizacji opon (patrz rysunek). Brzeg zaprojektowanego numeru 96 jest zbudowany z odcinków i części okręgów. Następnie wyciął z kwadratu ten numer i umieścił go na tle koła, w którym zajmuje on 25% powierzchni. Czy długość promienia tego koła jest większa niż 66 cm? Odpowiedź uzasadnij.



Uczeń:

1. Analizuje z jakich figur składa się numer 96 i wyznacza jego pole

$$P_{96} = 2 \cdot \left[\frac{1}{2} \pi \cdot 1 + \frac{1}{2} \pi \cdot 4 + \frac{1}{4} (\pi \cdot 16 - \pi \cdot 4) \right] = 11\pi \text{ [dm}^2\text{]}$$

1p.

2. Oblicza długość promienia koła.

$$P_K = 44\pi \text{ [dm}^2\text{]} \text{ stąd } r^2 = 44, \text{ więc } r = 2\sqrt{11} \text{ dm} = 20\sqrt{11} \text{ cm}$$

1p.

3. Podaje odpowiedź z uzasadnieniem oraz zamianą jednostek: dm na cm lub cm na dm.

Jeśli $20\sqrt{11} > 66$, to $\sqrt{11} > 3,3$, ale $3,3^2 = 10,89$, zatem $20\sqrt{11} > 66$

1p.

Odpowiedź. To koło ma promień większy niż 66 cm.

Zadanie 6. (0-2 pkt)

Pani Kasia kupiła sadzonki krzewów, które chce posadzić w równych odstępach wzdłuż jednego boku kwadratowej rabaty. Pierwszy i ostatni krzew postanowiła posadzić w rogach rabaty. Wówczas okazało się, że jeśli posadzi je co 45 cm, to zabraknie trzech sadzonek, a jeśli co 60 cm, to zostaną dwie sadzonki. Oblicz, ile sadzonek kupiła pani Kasia.

I sposób

<p>Uczeń:</p> <p>1. Przeprowadza analizę zadania.</p> <p>x – liczba sadzonek</p> <p>$(x + 3 - 1) \cdot 45$ – długość rabaty</p> <p>$(x - 2 - 1) \cdot 60$ – długość rabaty</p> <p>2. Układa i rozwiązuje równanie oraz podaje odpowiedź.</p> <p>$(x + 2) \cdot 45 = (x - 3) \cdot 60$</p> <p>$45x + 90 = 60x - 180$</p> <p>$15x = 270$</p> <p>$x = 18$</p> <p>Odpowiedź. Pani Kasia kupiła 18 sadzonek krzewów.</p>	<p>1p.</p> <p>1p.</p>
--	-----------------------

II sposób

<p>Uczeń:</p> <p>1. Przeprowadza analizę zadania.</p> <p>x – długość boku kwadratu</p> <p>$\frac{x}{45} + 1 - 3$ – liczba sadzonek</p> <p>$\frac{x}{60} + 1 + 2$ – liczba sadzonek</p> <p>2. Układa i rozwiązuje równanie oraz podaje odpowiedź.</p> <p>$\frac{x}{45} - 2 = \frac{x}{60} + 3$</p>	<p>1p.</p> <p>1p.</p>
---	-----------------------

$\frac{x}{45} - \frac{x}{60} = 3 + 2$ $\frac{4x - 3x}{180} = 5$ $x = 900 \text{ [m]}$ $\frac{900}{45} - 2 = 20 - 2 = 18$ <p>Odpowiedź. Pani Kasia kupiła 18 sadzonek krzewów.</p>	
---	--

Zadanie 7. (0-3 pkt)

Pierwszą cyfrą liczby czterocyfrowej jest 5, zaś po przestawieniu jej na ostatnie miejsce, otrzymamy liczbę stanowiącą $\frac{5}{6}$ początkowej liczby. Zapisz wszystkie liczby czterocyfrowe, które można utworzyć z cyfr tych liczb.

I sposób

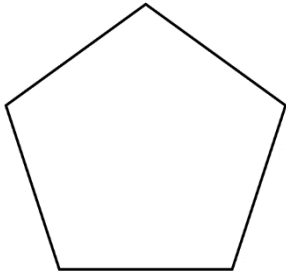
<p>Uczeń:</p> <p>1. Przeprowadza analizę zadania.</p> <p>x – liczba trzycyfrowa utworzona z drugiej, trzeciej i czwartej cyfry szukanej liczby</p> <p>$5000 + x$ - szukana liczba</p> <p>$10x + 5$ - liczba po przestawieniu</p> <p>2. Układa i rozwiązuje równanie.</p> $\frac{5}{6}(5000 + x) = 10x + 5$ $5(5000 + x) = 60x + 30$ $25000 + 5x = 60x + 30$ $24970 = 55x, \text{ stąd } x = 454$ <p>3. Zapisuje wszystkie liczby czterocyfrowe, które można utworzyć z cyfr szukanej liczby.</p> <p>$5000 + 454 = 5454$. Te liczby to: 5454, 5544, 5445, 4545, 4455, 4554</p>	<p>1p.</p> <p>1p.</p> <p>1p.</p>
---	----------------------------------

II sposób

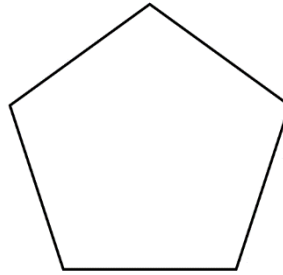
<p>Uczeń:</p> <p>1. Przeprowadza analizę zadania.</p> <p>$5000 + 100a + 10b + c$ - szukana liczba</p> <p>$1000a + 100b + 10c + 5$ - liczba po przestawieniu</p> <p>2. Układa i rozwiązuje równanie.</p> $\frac{5}{6}(5000 + 100a + 10b + c) = 1000a + 100b + 10c + 5 \cdot 6$ $5(5000 + 100a + 10b + c) = 6000a + 600b + 60c + 30$ $25000 + 500a + 50b + 5c = 6000a + 600b + 60c + 30$ $24970 = 5500a + 550b + 55c$ $454 = 100a + 10b + 1c, \text{ zatem } a = 4, b = 5, c = 4$ <p>3. Zapisuje wszystkie liczby czterocyfrowe, które można utworzyć z cyfr szukanej liczby.</p> <p>Te liczby to: 5454, 5544, 5445, 4545, 4455, 4554</p>	<p>1p.</p> <p>1p.</p> <p>1p.</p>
---	----------------------------------

Zadanie 8. (0-2 pkt)

Na rysunkach 1. i 2. są przystające pięciokąty foremne. Uzupełnij te rysunki tak, aby otrzymać dwie siatki różnych czworoscianów.



Rys. 1

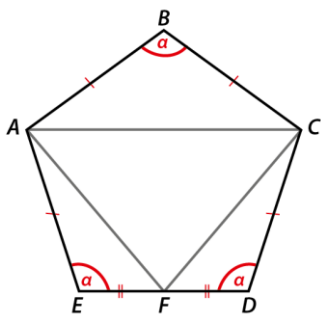


Rys. 2

Uczeń:

1. Wykonuje np. rysunek 1a

1p.

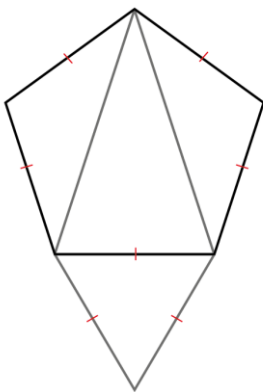


Rys. 1a

$$\alpha = 108^\circ, \quad 3\alpha < 360^\circ$$

2. Wykonuje np. rysunek 2a

1p.



Rys. 2a

Uwaga. Jeśli uczeń narysuje dwie siatki czworoscianów bez uzasadnienia, to też otrzymuje 2 punkty.

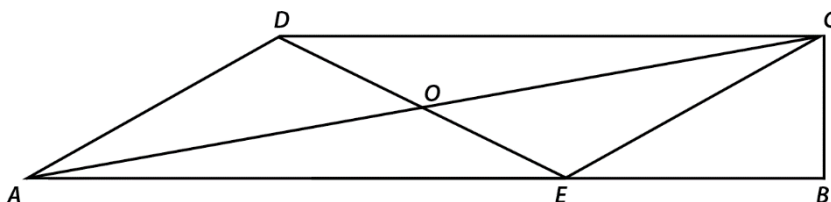
Zadanie 9. (0-3 pkt)

Bartek miał w skarbonce kwotę większą od 232 zł, ale mniejszą od 245 zł w dwuzłotówkach i pięciozłotówkach. Na prezent imiennowy dla brata wydał pewną kwotę. Wtedy okazało się, że ma w skarbonce tyle dwuzłotówek, ile przedtem miał pięciozłotówek oraz tyle pięciozłotówek, ile przedtem miał dwuzłotówek, a obecna kwota w skarbonce do kwoty początkowej jest w stosunku 3 : 4. Oblicz, ile złotych kosztował prezent dla brata Bartka.

<p>Uczeń:</p>	
<p>1. Przeprowadza analizę zadania.</p>	<p>1p.</p>
<p>x – liczba dwuzłotówek y – liczba pięciozłotówek</p>	
<p>$2x + 5y$ - początkowa kwota w skarbonce</p>	
<p>$2x + 5y > 232$</p>	
<p>$2x + 5y < 245$</p>	
<p>2. Wyznacza jedną niewiadomą za pomocą drugiej.</p>	<p>1p.</p>
<p>$\frac{5x + 2y}{2x + 5y} = \frac{3}{4}$</p>	
<p>$4(5x + 2y) = 3(2x + 5y)$</p>	
<p>$20x + 8y = 6x + 15y$</p>	
<p>$7y = 14x$</p>	
<p>$y = 2x$</p>	
<p>3. Oblicza, ile złotych kosztował prezent dla brata Bartka i podaje odpowiedź.</p>	<p>1p.</p>
<p>$2x + 10x = 12x$ - początkowa kwota w skarbonce</p>	
<p>$12x > 232$ i $12x < 245$ oraz x jest liczbą naturalną, stąd $x > \frac{232}{12}$ i $x < \frac{245}{12}$,</p>	
<p>więc $19, (3) < x < 20,42$, zatem $x = 20$, $y = 40$</p>	
<p>Bartek miał 240 zł, zostało mu 180 zł, więc na prezent wydał 60 zł.</p>	
<p>Odpowiedź. Prezent dla brata Bartka kosztował 60 zł.</p>	
<p><i>Uwaga. Jeśli uczeń w 3. z nierówności $12x > 232$ i $12x < 245$ wywnioskuje bez uzasadnienia, że $12x = 240$ (jako jedyną wielokrotność liczby 12 zawartą między liczbami 232 a 245), to również należy mu przyznać 1 punkt.</i></p>	

Zadanie 10. (0-3 pkt)

W trapezie prostokątnym $ABCD$ narysowano odcinek CE równoległy do odcinka AD , a następnie odcinki AC i ED przecinające się w punkcie O , jak na rysunku. Pole trójkąta BCE jest równe 3 i stanowi $\frac{2}{3}$ pola trójkąta ECO . Oblicz pole trapezu $ABCD$.



Uczeń:

1. Oblicza pole trójkąta ECO .

$$\frac{P_{BCE}}{P_{ECO}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{P_{ECO}} = \frac{2}{3} \text{ stąd } P_{ECO} = 4,5$$

2. Uzasadnia równość pól trójkątów utworzonych przez przekątne równoległoboku.

Trójkąty AEO i CDO są przystające.

$\Delta AEO \equiv \Delta CDO$ ponieważ:

$|\sphericalangle AOE| = |\sphericalangle COD|$ – kąty wierzchołkowe

$\begin{cases} |AO| = |OC| \\ |EO| = |DC| \end{cases}$ – własności przekątnych równoległoboku

cecha bkb.

Uczeń uzasadnia, że pole każdego z trójkątów AOE , EOC , COD i DOA jest równe $\frac{1}{4}$ pola równoległoboku $AECD$.

Trójkąt AEO , AOD mają równe pola, ponieważ

$$P_{AEO} = \frac{ah}{4}$$

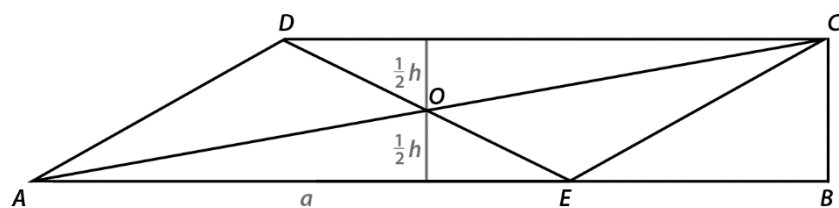
$$P_{AEC} = \frac{1}{2} P_{AECD} = \frac{ah}{2}, \text{ więc } P_{OEC} = P_{AEC} - P_{AEO} = \frac{ah}{4}$$

Więc pole $P_{AEO} = P_{OEC}$

1p.

1p.

3. Wyznacza pole trapezu $ABCD$.



1p.

$$P_{ABCD} = 4 \cdot P_{ECO} + P_{BCE} = 4 \cdot 4,5 + 3 = 18 + 3 = 21$$

Uwaga. Jeśli uczeń stwierdzi, że pola trójkątów utworzonych przez przekątne równoległoboku są równe, ale nie uzasadni tego faktu, to otrzymuje maksymalnie 2 punkty.