



## KONKURS MATEMATYCZNY dla uczniów gimnazjów województwa mazowieckiego w roku szkolnym 2017/2018

### Model odpowiedzi i schematy punktowania

#### **UWAGA 1.**

Łącznie uczeń może zdobyć **20 punktów**.

**Do etapu wojewódzkiego** zakwalifikowani będą uczniowie, którzy w etapie rejonowym uzyskają **co najmniej 90%** punktów możliwych do zdobycia (**co najmniej 18 punktów**).

#### **UWAGA 2.**

Za **każde poprawne** rozwiązanie, inne niż przewidziane w schemacie punktowania rozwiązań zadań, przyznajemy **maksymalną** liczbę punktów.

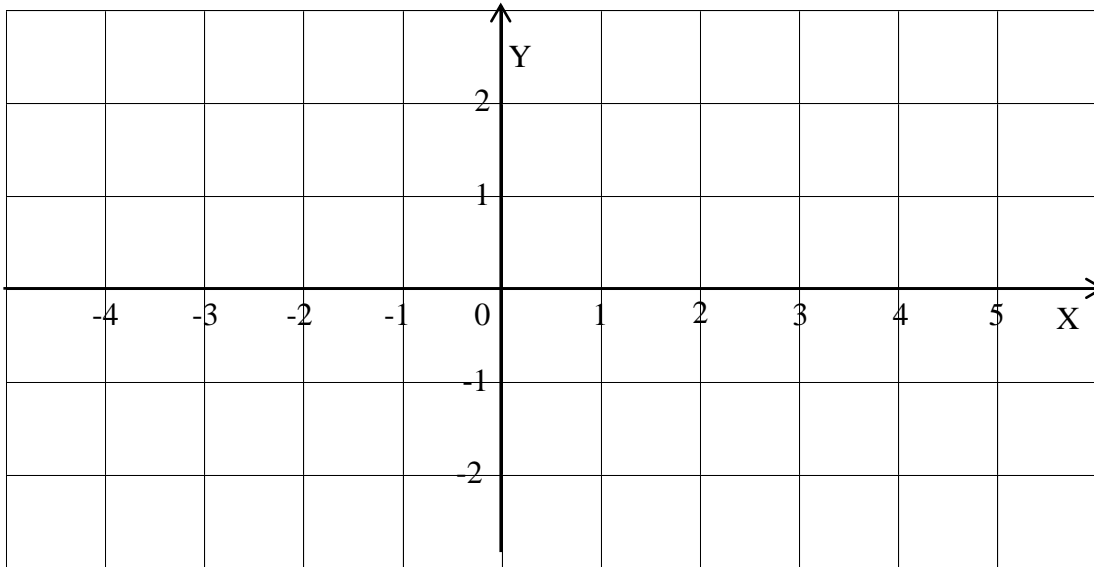
### ROZWIĄZANIA ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

<b>Nr zadania</b>	<b>1.</b>	<b>2.</b>	<b>3.</b>	<b>4.</b>
<b>Maks. liczba punktów</b>	<b>1 pkt</b>	<b>1 pkt</b>	<b>1 pkt</b>	<b>1 pkt</b>
<b>Prawidłowa odpowiedź</b>	<b>B</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>A</b>

## ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

### Zadanie 5. (2 pkt)

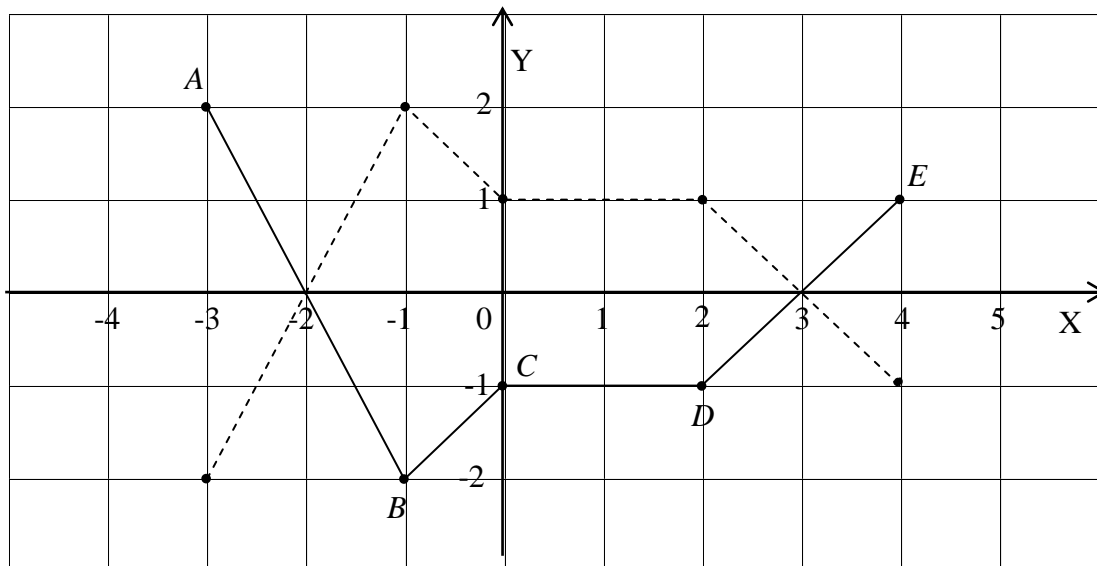
W układzie współrzędnych zaznacz punkty  $A = (-3; 2)$ ,  $B = (-1; -2)$ ,  $C = (0; -1)$ ,  $D = (2; -1)$ ,  $E = (4; 1)$ . Narysuj odcinki  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$ . Narysuj figurę symetryczną do otrzymanej względem osi  $OX$ .



Uczeń:

1. zaznacza punkty  $A, B, C, D, E$  i rysuje odcinki  $AB, BC, CD, DE$

1p.



2. rysuje figurę symetryczną do otrzymanej względem osi  $OX$

1p.

**Zadanie 6.** (2 pkt)

Znajdź taką liczbę pierwszą  $p$ , dla której liczba  $p+9$  jest kwadratem liczby naturalnej. Ile jest takich liczb? Odpowiedź uzasadnij.

Uczeń: 1. zapisuje liczbę $p+9$ jako kwadrat liczby naturalnej $m$ i przekształca otrzymane równanie: $p+9 = m^2$ $p = (m-3)(m+3)$	1p.
2. zauważa, że liczba $p$ jest pierwsza, więc $m-3=1$ (bo $m-3 < m+3$ ) i $m+3=p$ , czyli $m=4$ i $p=7$ , zatem tylko liczba 7 spełnia warunki zadania	1p.

**Zadanie 7.** (2 pkt)

Rozwiąż równanie  $|x-2|-5=3-|2-x|$ .

Uczeń: 1. zapisuje równość w postaci równoważnej $ x-2 =4$	1p.
2. znajduje wszystkie liczby spełniające równość: 6, -2.	1p.

**Zadanie 8.** (2 pkt)

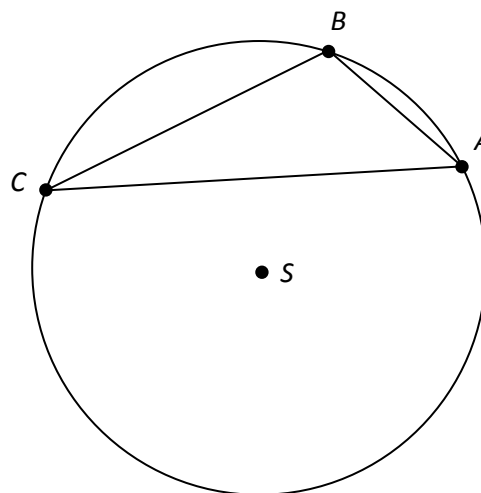
Uzasadnij, że liczba  $2017^2 + 4 \cdot 2017 + 4$  jest podzielna przez 3.

Uczeń: 1. zapisuje wyrażenie w postaci $(2017+2)^2 = 2019^2$	1p.
2. uzasadnia, że liczba 2019 jest podzielna przez 3	1p.

**Zadanie 9.** (2 pkt)

Trójkąt  $ABC$  jest wpisany w okrąg o środku  $S$ , jak na rysunku.

Bok  $BC$  ma długość 4, kąt  $CAB$  ma  $45^\circ$ .  
Oblicz długość odcinka  $BS$ .



Uczeń:

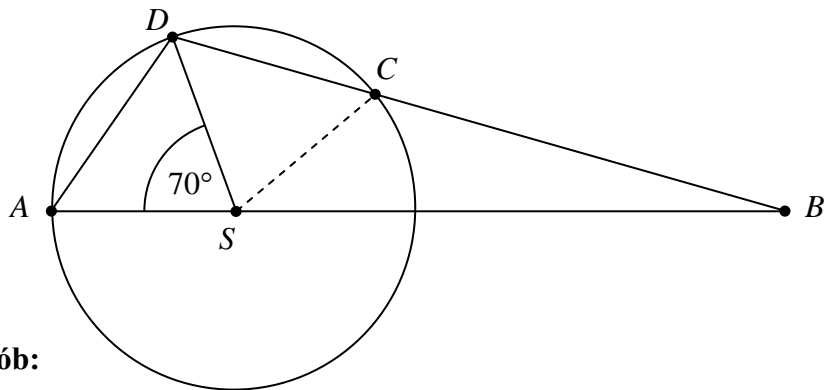
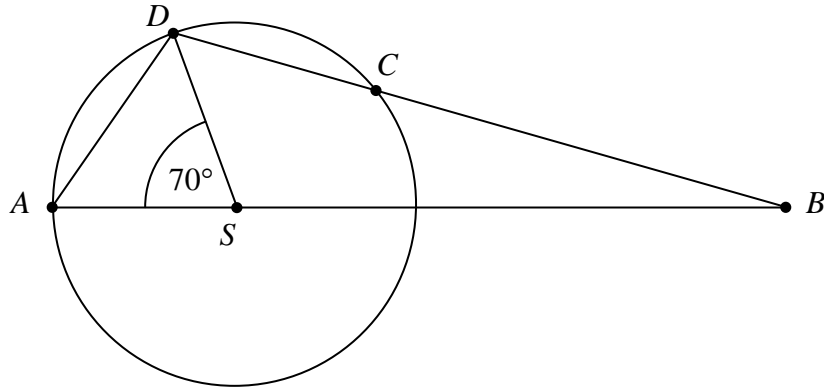
1. zauważy i uzasadnia, że trójkąt  $BSC$  jest prostokątny równoramienny o przeciwprostokątnej  $BC$
2. korzysta z twierdzenia Pitagorasa lub wzoru na przekątną kwadratu i oblicza  $|BS| = 2\sqrt{2}$

1p.

1p.

**Zadanie 10** (2 pkt)

Punkt  $S$  jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie  $CDA$ , jak na rysunku. Odcinki  $DA$  i  $DC$  są równe. Oblicz miarę kąta  $ABC$ .



**pierwszy sposób:**

Uczeń:

1. dorysowuje odcinek  $CS$ ,  
zauważa i uzasadnia, że  $|\angle DCS| = |\angle DAS| = 55^\circ$   
 $|\angle CSD| = |\angle DSA| = 70^\circ$
2. oblicza  $|\angle CSB| = 180^\circ - 2 \cdot 70^\circ = 40^\circ$  i  $|\angle ABC| = |\angle DCS| - |\angle CSB| = 15^\circ$

1p.

1p.

**drugi sposób:**

Uczeń:

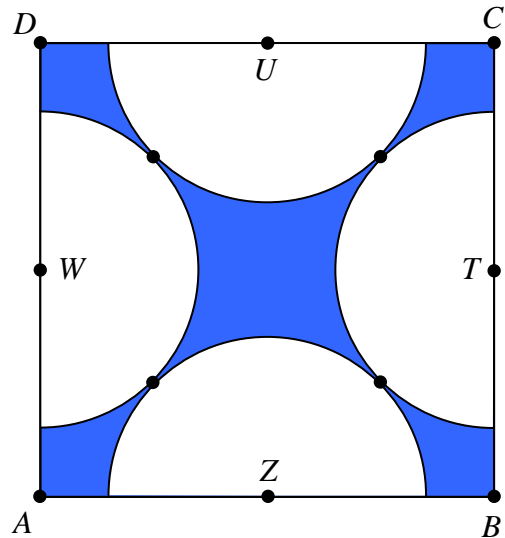
1. dorysowuje odcinek  $CS$ ,  
zauważa i uzasadnia, że  $|\angle CDS| = |\angle ADS| = |\angle DAS| = 55^\circ$
2. oblicza  $|\angle ABC| = 180^\circ - |\angle DAB| - |\angle ADB| = 15^\circ$

1p.

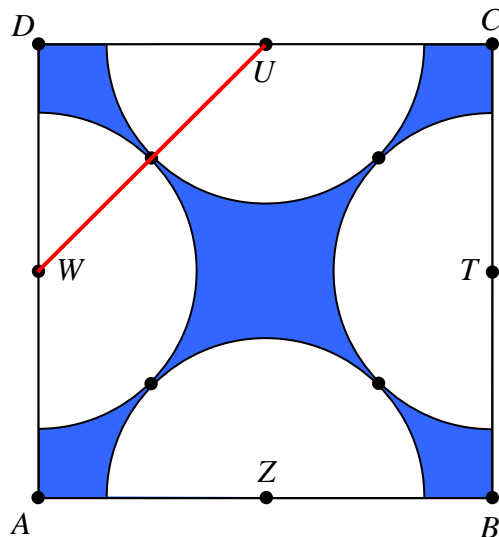
1p.

**Zadanie 11.** (2 pkt)

Bok kwadratu  $ABCD$  ma długość 2.  
 Punkty  $T, U, W, Z$  są środkami boków tego kwadratu, jak na rysunku.  
 W tym kwadracie umieszczono takie 4 przystające półkole o środkach  $T, U, W, Z$ , że każde półkole jest styczne do dwóch pozostałych, jak na rysunku.  
 Oblicz pole ciemniejszego obszaru.



Uczeń:



1. zauważa, że  $|DU| = |DW| = 1$

oraz, że

przeciwprostokątna  $UW$  trójkąta  $WUD$  jest równa sumie promieni półkoli i korzystając ze wzoru na długość przekątnej kwadratu oblicza długość  $r$  promienia

$$2r = 1 \cdot \sqrt{2}, \quad r = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

2. oblicza pole ciemniejszego obszaru

$$4 - 4 \cdot \frac{1}{2} \pi \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = 4 - \pi$$

1p.

1p.

**Zadanie 12.** (2 pkt)

Dane są liczby  $2^{600}$ ,  $(\sqrt{3})^{480}$ ,  $25^{180}$ . Uporządkuj te liczby rosnąco. Odpowiedź uzasadnij.

**pierwszy sposób:**

Uczeń:

1. zauważa, że

$$2^{600} = (2^5)^{120} = 32^{120}$$

$$(\sqrt{3})^{480} = (\sqrt{3})^{4 \cdot 120} = 9^{120}$$

$$25^{180} = (5^3)^{120} = 125^{120}$$

2. porządkuje liczby rosnąco:

$$(\sqrt{3})^{480} < 2^{600} < 25^{180}$$

1p.

1p.

**drugi sposób:**

Uczeń:

1. zauważa, że

$$2^{600} = (2^2)^{300} = 4^{300}$$

$$(\sqrt{3})^{480} = ((\sqrt{3})^2)^{240} = 3^{240}$$

$$25^{180} = (5^2)^{180} = 5^{360}$$

2. porządkuje liczby rosnąco:

$$(\sqrt{3})^{480} < 2^{600} < 25^{180}$$

1p.

1p.